

# ブラインド問題

## Blind Problems

### 1. ブラインド系列推定

#### 1. Blind Sequence Estimation

佐藤 洋一

Yoichi Sato

ブラインド問題の基礎を2回にわたって解説する。ブラインド問題を一口で言うと、

**「入力とブラックボックスが未知であり、出力だけからブラックボックスまたは入力を推定せよ」**

ということになる。このような問題はいろいろな分野で遭遇する。多くの場合、我々が観測できるものはなんらかの処理を受けた結果だけであり、その観測結果から「どのような処理を受けたか」、あるいは「処理を受ける前はどうか」ということを知りたくなる。通信、画像処理、ニューラルネット、地震学、経済学、生態学などなど、このような問題に遭遇することが多い。

通信では、送信信号が入力に相当し、チャンネルがブラックボックスに相当し、受信信号が出力に相当する。通信の目的は受信信号から送信信号を推定することであるが、多くの場合チャンネルの具体的な特性は未知であるから、ブラインド問題は通信の本質といえる。たとえば、携帯電話から発射された電波は、見通せない位置にある基地局アンテナに到達するまでに、複雑な反射と回折を受ける。しかも、携帯電話は高速に移動する。通信におけるブラインド受信モデルは次の二通りに分類される。第一は、未知チャンネルに等化器を接続して、受信信号だけから等化器が未知チャンネルの逆システムになるように学習する方法である(図1)。これをブラインド等化法と呼ぶことにする。第二は、未知チャンネルと送信信号のセットをいろいろ作ってみて、この出力が実際の受信信号に常に等しくなるようなセットを選択しようという方法である(図2)。これをブラインド同定法と呼ぶことにする。通信では多くの場合、チャンネルは線形であることが仮定できる。線形システムが最小位相推移ならばブラインド等化は古典的な予測問題で解決できる。通信や画像処理では、一般にシステムは非最小位相推移であり、このときにブラインド等化の難しさが生じる。等化法と同定法は本質的に同じではないかという疑問に

ついては、まず一つは逆システムがいつも存在するかどうかということ、二つは戦略(アルゴリズム)が違ってくるので応用に対して得意・不得意が生じるということがある。もちろん、深いところで共通な理論的基盤があるかもしれないが、ここでは別の問題として扱う。



図1. ブラインド等化法

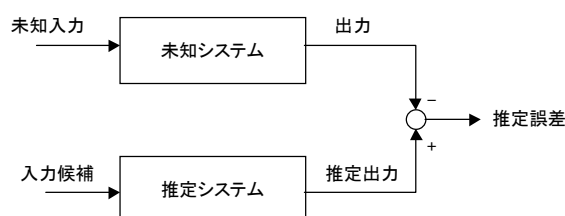


図2. ブラインド同定法

チャンネルが透明に近く、帯域を限界まで有効に使う高能率デジタル通信(デジタルTVなど)ではブラインド等化法が広く用いられている。この場合、シンボルの多値数が大きく、インパルス応答が数十シンボルの長さにおよぶので、大きなメモリーが必要なブラインド同定法は現実的でない。他方、チャンネルが選択性フェージングを受け、シンボルの多値数が小さく、インパルス応答が短いような移動通信では、ブラインド同定法の適用が可能であり、広く用いられている。移動通信で等化を用いないもう一つの大きな理由は、選択性フェージングが帯域内にスペクトルヌルを作り、その逆が存在しないケースが起こりやすいことである。

このシリーズの第1部はブラインド同定法について解説し、続く第2部でブラインド等化法を解説する。なお、ブラインド問題はまだまだ成熟した研究分野ではないと信ずる。したがって、この解説の内容も筆者固有の視点という色彩が強いと思われる。多くの若い研究者が、この解説を批判的に読み、新しい問題意識をもつことを期待する。

## 第1部 ブラインド同定

### 1. 同定問題(非ブラインドの場合)

まず、ブラインドでない同定問題を概観しておく。この問題は、

システム推定 : 既知の入力系列とその出力系列からシステムを推定する

入力系列推定 : 既知のシステムと出力系列から入力系列を推定する

の二つに分類される。これらの問題は、雑音あるいは観測誤差などの加法的不確定成分を仮定して、確率過程論をベースにアルゴリズムを構築することが一般的である。

以下で繰り返し用いる信号と信号ベクトルの記号をまとめておく。

$$\mathbf{a}_k = \begin{pmatrix} a_k \\ a_{k-1} \\ - \\ - \\ a_{k-(L-1)} \end{pmatrix} : \text{入力ベクトル}, \mathbf{h}_k = \begin{pmatrix} h_0 \\ h_1 \\ - \\ - \\ h_{L-1} \end{pmatrix} : \text{インパルス応答},$$

$$\mathbf{y}_k = \begin{pmatrix} y_k \\ y_{k-1} \\ - \\ - \\ y_{k-(L-1)} \end{pmatrix} : \text{出力ベクトル}, \mathbf{e}_k = \begin{pmatrix} e_k \\ e_{k-1} \\ - \\ - \\ e_{k-(L-1)} \end{pmatrix} : \text{誤差ベクトル}$$

信号または信号ベクトルの上に  $\hat{\cdot}$  をつけて、その推定あるいは候補を表す。推定誤差  $e_k$  は、出力の推定  $\hat{y}_k$  と出力  $y_k$  の差で表される。すなわち、

$$e_k = \hat{y}_k - y_k$$

$$= \sum_{i=0}^{L-1} a_{k-i} \hat{h}_i - y_k : \text{インパルス応答 を推定} \quad (1)$$

$$= \sum_{i=0}^{L-1} \hat{a}_{k-i} h_i - y_k : \text{送信シンボル系列を推定}$$

で定義される。

システム推定アルゴリズムの最も一般的なものは統計的最急降下法であり、

$$\hat{\mathbf{h}}_{k+1} = \hat{\mathbf{h}}_k - \frac{e_k}{\hat{\mathbf{h}}_k^T \hat{\mathbf{h}}_k} \hat{\mathbf{h}}_k = \hat{\mathbf{h}}_k - \mathbf{a}_k e_k \quad (2)$$

によってインパルス応答の推定を逐次修正する。あるいは、もし高速収束を狙うならば、カルマン・フィルターによる推定

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_0 &= q\mathbf{I}, \hat{\mathbf{h}}_0 = \mathbf{0} \\ k &= 1 \\ \mathbf{k}'_k &= \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{a}_k \\ s_k &= \mathbf{a}_k^T \mathbf{k}'_k \\ \mathbf{Q}_k &= \mathbf{Q}_{k-1} - \mathbf{k}'_k \mathbf{k}'_k{}^T / (1 + s_k) \\ \mathbf{k}_k &= \mathbf{k}'_k / (1 + s_k) \\ \hat{\mathbf{h}}_{k+1} &= \hat{\mathbf{h}}_k - \mathbf{k}_k e_k \\ k &= k + 1 \end{aligned} \quad (3)$$

3行目へ

を採用する。この高速収束アルゴリズムでは、時刻  $k$  が  $L$  を超え、 $L$  次元相関行列

$$\mathbf{R}_k = \sum_{i=0}^k \mathbf{a}_i \mathbf{a}_i^T + \mathbf{Q}_k^{-1} \quad (4)$$

が正則になった瞬間に、収束速度が急激に上がる。

通信では、加法的白色ガウス雑音(AWGN: Additive White Gaussian Noise)を仮定するのが一般的であり、このとき上記の二つのアルゴリズムは、真のインパルス応答に確率的に収束する。ただし、雑音がまったくなければ、連続する長さ  $L$  の区間で、連立一次方程式  $\mathbf{a}_i^T \hat{\mathbf{h}} = y_i, (i = t, t+1, \dots, t+(L-1))$  (5)

が一意解をもつチャンスをとらえて解けば、それが真のインパルス応答である。

次に、チャンネルのインパルス応答が既知で、送信シンボル系列を推定する問題について述べる。入力が離散値をとる場合、ビタビ・アルゴリズム(ダイナミック・プログラミングの多段決定過程をオンライン化したもの)が広く用いられている。実際のブラインド系列推定はこのビタビ・アルゴリズムをブラインド化することになるので、用語の紹介も兼ねてその概要を説明しておく。

ビタビ・アルゴリズムの理論的起点は、判定誤り率を最小にする最大事後確率判定(MAP: Maximum A Posteriori Probability Detection)である。有限長  $N > L$  の送信シンボル系列(可能なすべてを  $N$  次元ベクトル  $\mathbf{a}_0, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots$  で表す)が送られ、長さ  $N$  の受信信号(ベクトル

ル  $\mathbf{y}$  で表す)を受けたとする。最適に判定するということは、すべての候補  $\hat{\mathbf{a}}_i$  について事後確率

$$p(\hat{\mathbf{a}}_i / \mathbf{y}) = \frac{p(\mathbf{y} / \hat{\mathbf{a}}_i) p(\hat{\mathbf{a}}_i)}{p(\mathbf{y})} \quad (6)$$

を計算し、最大値を与える候補  $\hat{\mathbf{a}}_i$  を判定結果とする。この判定で、分母は共通だから無視できる。またデジタル通信では、送信シンボルをスクランブルするのが普通なので  $p(\hat{\mathbf{a}}_i)$  も無視することができる。したがって、最大事後確率判定は条件付き確率  $p(\mathbf{y} / \hat{\mathbf{a}}_i)$  を最大にする候補を選択する問題になる。条件付き確率において、結果を固定し、原因を変数とみなした関数を尤度関数 (Likelihood Function) と呼んでいるので、この判定を最尤系列推定 (MLSE: Maximum Likelihood Sequence Detection) という。さらに、不確定な要因として AWGN を仮定すれば、結局、自乗誤差

$$S_N = \sum_{k=0}^{N-1} (\hat{y}_k - y_k)^2$$

$$y_k = \sum_{i=-L/2}^{L/2} a_{k-i} h_i + n_k, (a_k = 0, \text{ for } k < 0, k > N-1) \quad (7)$$

$$\hat{y}_k = \sum_{i=-L/2}^{L/2} \hat{a}_{k-i} h_i$$

を最小にする候補を選択することに帰着する。しかし、多くのデジタル通信では、送信シンボルは中断なしに送られ、 $N$  が時間とともに大きくなり、チェックすべき可能なシンボル系列の数はたちまち発散する。そこで、過去の時点で、最小自乗誤差を実現する候補系列が確定していれば、それを出力するというオンライン・アルゴリズムが必要となる。これがビタビ・アルゴリズムである。このアルゴリズムを土台にブラインド系列推定を構築することになるので、以下にその概略を説明する。

既知のインパルス応答と長さ  $L$  の候補ベクトルの内積で作られる受信信号の推定

$$\hat{y}_i = \hat{\mathbf{a}}_i^T \mathbf{h} \quad (8)$$

をレプリカと呼ぶ。もし、シンボルが2値ならば、候補(ノード)の数は全部で  $2^L$  個であり、各ノードへは直前のノードから2本ずつ遷移(ブランチ)がある。

Step 1: 現在時刻の各ノードに遷移する2本のブランチに同じブランチ・メトリック

$$B_k(\hat{\mathbf{a}}_i) = (\hat{y}_i - y_k)^2 \quad (9)$$

を割り付ける。

Step 2: 直前の各ノードには、そのノードに到達するあらゆる経路(パス)のなかで、ブランチ・メトリックの総和(パス・メトリック)を最小にする値  $P_{k-1}(\hat{\mathbf{a}}_i)$  が記憶されているものとする。現在時刻の各ノードについて、遷移する2本のブランチの始点(直前から遷移する2つのノード)に記憶されている最小パス・メトリックにブランチ・メトリックを加算し、小さい方を選択して現在時刻のノードの最小パス・メトリックとする。そして、大きい方のブランチを削除する。したがって、このブランチに繋がる過去からのパスも削除される。

Step 3: 上の計算が終わった時点で、図3のようなグラフができる。これをトレリス・グラフと呼ぶ。どのノードも入来するパスは1本であるから、現在時刻の各ノードから遡ると、それぞれに分岐のない1本の道をたどることができる。

Step 4: 図3で二重丸のノードは特別な意味をもっている。すなわち、現在時刻から遡ると、すべてのパスが二重丸に合流する。この現象をマージと呼ぶ。マージに繋がる過去のパスは正しいことを意味しているから、もし直前のマージ・ノードから現在時刻のマージ・ノードが移動すればその部分系列を判定出力にできる。

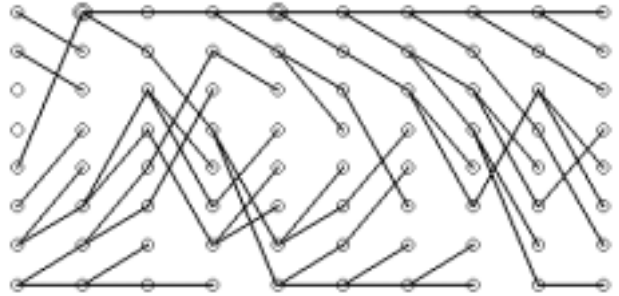


図3 トレリス・グラフ

以上のアルゴリズムは、AWGNを仮定して誤り率最小という判定基準から出発した。この限りでは、論旨は一貫しており矛盾がない。すなわち、十分長い区間でランダムな送信をして、その間チャンネルが不変であれば、時間平均を期待値で置き換えることができ、誤り率最小を具体的に実現できる。ただし、これはあくまでも理論モデルであり、実際のチャンネルは、緩慢であれ、高速であれ、時間変化する。

## 2. ブラインド同定へのアプローチ

ブラインドの場合は送信シンボルもインパルス応答も未知である。

まず、有限長の送信シンボル系列を前提とすると、自乗誤差の総和

$$\sum_{k=0}^{N-1} e_k^2 = \sum_{k=0}^{N-1} (\hat{y}_k - y_k)^2 = \sum_{k=0}^{N-1} \left( \sum_{i=-L/2}^{L/2} \hat{a}_{k-i} \hat{h}_i - y_k \right)^2 \quad (10)$$

を最小にする  $\hat{a}_k$  と  $\hat{h}_i$  を同時に求める問題になる。解法は、すべての候補系列について  $\hat{h}_{-L/2}, \dots, \hat{h}_0, \dots, \hat{h}_{L/2}$  を変数として式(10)の最小値を求め、その中で最小の最小値を作った候補系列とインパルス応答の組を選択すればよい。この計算は単純であるが、Nが大きいと計算量が莫大になる。この計算量をまったくいとわなければ、Nをいくらでも大きくして上記の単純作業を実行すればブラインド同定はそれで完了する。すなわち、ランダムな送信シンボル系列を仮定し、Nを十分大きくすれば、ほとんどすべての候補系列に対してインパルス応答の推定は真のインパルス応答を正確に与えることができるだろう。しかし、時間Nによって計算量が増大するアルゴリズムは、高速にかつ長時間にわたって信号が送られる通信では非現実的である。したがって、上で述べたビタビ・アルゴリズムと同様に、適当な大きさのNについて上のような短時間ブラインド最小化をしながら、有限長の候補系列を矛盾のない遷移にしたがって繋げて行くブラインド・ビタビ・アルゴリズムを考えなければならない。更に、時間変化しないインパルス応答はあり得ないことから、この考え方が重要である。このようなオンライン化は次章で扱うとして、その前に、上で述べた比較的短い区間でのブラインド最小化がなにか不都合な問題を含んでいないかどうか調べてみる。不都合な問題とは、Nが小さいとき、短時間ブラインド最小化によって求められた解が一意的に真の送信シンボル系列とインパルス応答の組を与えないのではないかという疑問を指す。

**直感的にいつ、偽の候補系列に対してもインパルス応答の推定を自由に選んで自乗誤差(10)を最小化しているから、偽の候補が自乗誤差を十分小さくするケースはかなり存在すると考えられる。残念ながら、このような偽の候補はかなり高い確率でいつも発生する。**

そして、まさにこのことがブラインド問題の本質的なジレンマである。ブラインド同定を考える際に、非ブラインドでも困難な典型的ケースは別に扱う必要がある。このことを明確に認識しておかないと、ブラインド固有の問題が識別できなくなり、ただ理論的困難の隘路に陥ってしまう。たとえば、以下のケースは、困難さに差はあるものの、ブラ

インド固有の問題ではない。

(典型的ケース1) 有限時間区間で、インパルス応答の離散フーリエ変換がスペクトル・ヌルをもち、送信シンボル系列が周期的であり、そのスペクトルがヌル周波数に一致する。あるいは、この逆のケース。このとき受信信号はオールゼロであり、すべての候補が生き残ってしまう。現実はこのケースが起きたとき、回線の瞬断との区別ができない。瞬断でないとしても、スペクトルヌルが複数個のときは送信シンボル系列の判定に任意性が残る。

(典型的ケース2) インパルス応答の遅延が変化する場合である。実際の通信では、送受で正しい時計を持っているわけではないから、受信側でこの遅延量を測る手段がない。インパルス応答の形は既知であるが、この時間変化する遅延が未知だとすると、遅延する複数の候補が生き残ることになる。非ブラインドのビタビ・アルゴリズムでも、互いに遅延した2つのパスとそれらの極性反転は交わることもあり、容易に乗り換えが生ずる。ましてやブラインドでは、非常に多くの偽の候補が生き残るので、この乗り換えはもっと頻繁に起きる。

### 3. オンライン化へのアプローチ

まず、オンライン・ブラインド同定問題を定式化する。できるだけ簡潔に、かつ具体的に説明を進めるため、次のような簡単なモデルを対象にする。

(1)送信シンボルを2値(±1)とする。

シンボルが離散値であれば2値の議論を拡張できるが、連続値をとるならばブラインド同定法そのものが不可能であるか、または厳しい十分条件が要求されるように思われる。いずれにしても、この場合の研究はほとんどなされていない。

(2)インパルス応答は高々3シンボルで打ち切ることができる。

チャンネルが伝達関数あるいは状態方程式で与えられ、その未知パラメータを同定するというモデル化もあり得る。しかし、移動通信などでは、インパルス応答の時間変化は各サンプル点で互いに独立であり、パラメータ同定に持ち込むことはできない。インパルス応答推定の形をとれば、これが最も一般的である。

(3)N=4である。チャンネルはこの区間で不変とする。

時間変化するならば、区間長Nの中で、シンボル判定の処理

を完了する必要がある、期待値といった確率過程論の概念が通用しなくなる。区間長Nにおいて、送信され得ない送信シンボル候補を捨ててゆき、生き残った候補の時系列を最終的に判定する。Nがインパルス応答の長さに等しいかそれ以下( $N \leq L$ )とすると、ほとんど全ての候補が生き残ってしまう。

(4)AWGNを前提とする。

これらの前提に立つて、われわれの最終目的は

$y_k$  を永遠に受信しながら、未知インパルス応答  $(h_0, h_1, h_2)$  が長さ N の区間で変化しないとして、送信シンボル系列をオンライン判定する方法を示せ

ということになる。上記の最終目的に向かう戦略は、ほぼ次のようなものになるはずである。

現在時刻kから過去へ長さNの区間で、下の式に含まれる長さN+2のすべての送信シンボル候補系列(全部で  $2^{N+2}$  個ある)に対して、最小自乗誤差

$$E_k(\hat{a}_k, \hat{a}_{k-1}, \dots, \hat{a}_{k-(N+1)}) = \underset{\hat{h}_0, \hat{h}_1, \hat{h}_2}{\text{Min}} \sum_{i=0}^{N-1} \eta_i (\hat{y}_{k-i} - y_{k-i})^2 \quad (11)$$

(ただし、 $\eta_i \geq 0, \hat{y}_k = \hat{a}_k \hat{h}_0 + \hat{a}_{k-1} \hat{h}_1 + \hat{a}_{k-2} \hat{h}_2$ )

を与える解  $(\hat{h}_0, \hat{h}_1, \hat{h}_2)$  を求める。この解を用いて、このときの候補系列に対する自乗誤差成分  $(\hat{y}_k - y_k)^2, \dots, (\hat{y}_{k-(N-1)} - y_{k-(N-1)})^2$  の1個もしくは複数個(すべてでもよい)の和をその候補系列のメトリックとする。このような計算を時刻k+1以降について次々と行い、ピタビアルゴリズムによってメトリックの累積が最小になるパスを選択する。

特に、重み  $\eta_i$  を過去へ向かって指数関数的に減衰するように選んだカルマン・フィルターの適用が広く研究されている。もし、候補系列が実際に送信されたものと等しければ、式(11)を最小にするインパルス応答の推定は正しいだろうし、そうでなければインパルス応答の推定はバイアス誤差をもち、その結果、その候補系列に大きなメトリックが与えられるのでパス選択の過程で排除されることが期待できる。

ただし、常に有限区間でインパルス応答が陽に求まるとは限らないことに注意すべきである。カルマンフィルターによるインパルス応答推定を導入したブラインド・ピタビアルゴリズムでは、このようなケースが隠れて起こることに注意を払うべきである。

このときインパルス応答の推定精度は瞬間的に劣化する。本来は、その候補系列に繋がる判定済みのパスを過去にたどって、過去のインパルス応答の推定を借りなければならない。

なお、上ではインパルス応答を一旦陽に求めるとした。このときは、最新自乗誤差  $(\hat{y}_k - y_k)^2$  だけをランチメトリックとして採用することが多い。

一方、すべての自乗誤差の和の最小、すなわち式(11)の右辺をランチメトリックとする場合は、インパルス応答を陽に求める必要はない。ムーア・ペンローズ一般逆行列(Moore-Penrose inverse)による直接計算が可能である。

以下、インパルス応答を一旦陽に求める方法を陽形式、陽に求めないで式(11)の最小を直接計算する方法を陰形式と呼ぶことにする。以上のブラインド・ピタビアルゴリズムで注意すべき点は、可能な候補系列の数( $2^{N+2}$  個)と同数のノードを持った非常に大きなサイズのピタビアルゴリズムを実行しなければならないこと、そしてブラインドであるがゆえに、インパルス応答の推定が真でなくてもランチメトリックを小さくする候補が数多く生き残るということである。この生き残りの様子を分析することはブラインド同定を考える上で最も重要なことである。そのためには、まず雑音を取り除いた場合について、パスがどのようにして生き残ってゆくかを調べるのがブラインド同定の可能性を見極める上で重要である。雑音を取り除けば、最小ランチメトリックは正確にゼロであり、陽形式は陰形式に含めて考えることができる。

#### 4. ブラインド同定は可能か？

前述のブラインドアルゴリズムは、いろいろな派生的改良はあるかもしれないが、本筋として必然であろうと思われる。したがって、もしこのアルゴリズムに決定的な不備が見つければ、それはブラインド同定の本質的な困難を意味している。チャンネルが時間変化する場合は、Nをチャンネルが不変とみなせる時間長以下にしなければならない。PDC(Personal Digital Cellular、携帯電話の現行日本標準)で、搬送波を800MHz、時速60kmで移動中とすれば、 $h_0, h_1, h_2$  は互いに独立に毎秒約40回のゼロクロスをするようなランダム変動をする。これを、PDCのベアラ速度(21kシンボル/秒)で換算すると、約500シンボル毎にゼロクロスするようなランダム変動になる。PDCの許容誤り率などを考慮して、 $N < 10$  が前提と

思われる。

アルゴリズムが正当性をもつかどうかは、雑音がない状態でブランチメトリックの累積が正確にゼロになるパスが一意に決まるかどうかにかかっている。もし、このようなパスが輻輳する(分岐したり、合流したりする)ようなことがあると、そのアルゴリズムには重大な欠陥があるということになる。

ただし、実際の応用では、各種ダイバーシティーによってパスの選別を厳しくするなど、ブラインドの本質的な弱点を解消する方策が採られることになるが、ここではそれに触れないことにする。

#### 4.1 短時間ブラインド同定

一般性を失わないので、重み  $\eta_i$  を次のように定義する。

$$\eta_i = 1(i = 0, 1, 2, 3), 0(i \neq 0, 1, 2, 3) \quad (12)$$

定義にしたがって、自乗誤差の総和を

$$E_k = \|\hat{\mathbf{y}}_k - \mathbf{y}_k\|^2 = \|\hat{\mathbf{A}}_k \hat{\mathbf{h}}_k - \mathbf{y}_k\|^2 \quad (13)$$

$$\hat{\mathbf{A}}_k = \begin{pmatrix} \hat{a}_k & \hat{a}_{k-1} & \hat{a}_{k-2} \\ \hat{a}_{k-1} & \hat{a}_{k-2} & \hat{a}_{k-3} \\ \hat{a}_{k-2} & \hat{a}_{k-3} & \hat{a}_{k-4} \\ \hat{a}_{k-3} & \hat{a}_{k-4} & \hat{a}_{k-5} \end{pmatrix}$$

のように表す。選択の対象となる候補行列  $\hat{\mathbf{A}}_k$  の総数は64個、ただし極性の反転を同じとみなすと32個である。

陽形式では上の自乗誤差をゼロにする一意解が必要であり、陰形式では自乗誤差をゼロにする候補を選択することになる。直感的に言って、送信シンボルがランダムで、Nを十分大きくとることができれば、ほとんどの場合、真の行列  $\mathbf{A}_k$  も、そして  $E_k = 0$  を成立させる候補行列  $\hat{\mathbf{A}}_k$  も正則(rank=3)であり、陽形式に必要な真の一意解も求まり、陰形式で生き残る候補行列も一意になるという期待がもてる。ちょっと話はそれるが、Nを大きくしたときのこの期待の内容について触れておく。まず、可能な候補行列の総数に占める非正則な候補行列の割合について調べてみよう。もし  $\hat{\mathbf{A}}_k$  が非正則ならば、長さ  $N \geq 4$  の区間に含まれるすべての連続する3時刻分の  $3 \times 3$  正方行列も非正則でなければならない。この  $3 \times 3$  正方行列は全部で32通りある。ただし、この正方行列を矛盾のない遷移にしたがって繋いでできるパスは、それ自身を符号逆転したパスと互いに交わらないから、 $3 \times 3$  正方行列の正負を区別しないとして16通りについて考えればよい。16通りの正方行列を状態(ノード)で表し、その間の

可能な遷移を描くと図4のようになる。白抜きノードは正則を、中黒ノードは非正則を表している。実際には、遷移はノードからノードへ確率的にたどって行くが、N行3列候補行列  $\hat{\mathbf{A}}_k$  が非正則ならば、パスは中黒ノードだけをたどったものである。図4から中黒ノードのみをたどる遷移は、図5のように分離されることがわかる。したがって、非正則な  $\hat{\mathbf{A}}_k$  を与えるシンボル系列は周期的でなければならないことがわかる。このようなパスの総数はNに依存しない。またこれらのパスは分離していることがいえるので、Nが十分大きいとき、非正則な候補行列が生き残れば、それが真の送信行列を与えているといつてよい。次に、生き残った候補行列が正則ならば、真の送信行列が正則であろうと非正則であろうと、インパルス応答の推定は一意(必ずしも真でない)である。もし、送信信号がランダムで、Nが十分大きければ、生き残り候補行列は正則であり、特別な例を除いて真であるといつてよい。特別な例とは先に挙げた典型的なケース(2)である。すなわち、真のインパルス応答の端がゼロ(たとえば、 $h_0 = 0, h_1 \neq 0, h_2 \neq 0$ )になると、Nをいくら大きくしても候補行列は時間遅延の任意性の数だけ確実に生き残る。

以上はNが大きいときであるが、我々の興味はNが小さいとき(たとえば  $N=4$ )であった。すなわちNが小さいとき、先に述べた非ブラインドでも困難な典型的な二つのケースを別にして、それ以外のすべてのケースで唯一のパスが生き残るかどうかである。

まず、正則な  $\hat{\mathbf{A}}_k$  に対しては、 $E_k = 0$  を実現する解  $\hat{\mathbf{h}}_k$  は、N次元受信ベクトル  $\mathbf{y}_k = \mathbf{A}_k \mathbf{h}_k$  が候補行列  $\hat{\mathbf{A}}_k$  の各列ベクトルに従属ならば、一意的に

$$\hat{\mathbf{h}}_k = (\hat{\mathbf{A}}_k^T \hat{\mathbf{A}}_k)^{-1} (\hat{\mathbf{A}}_k^T \mathbf{A}_k) \mathbf{h}_k \quad (14)$$

で与えられる。

式(14)で、もし  $\hat{\mathbf{A}}_k = \mathbf{A}_k$  ならば、 $\hat{\mathbf{h}}_k$  は真のインパルス応答を与える。しかし、 $\hat{\mathbf{A}}_k \neq \mathbf{A}_k$  であっても式(14)は  $E_k = 0$  を満たしてしまうことが問題である。すなわち、複数個の真でない正則な候補行列(ただし、 $\hat{\mathbf{A}}_k = -\mathbf{A}_k$  は真とみなす)が  $E_k = 0$  を実現する可能性がでてくる。また、実際には真のインパルス応答が未知であるから、この区間の解(14)が真であるかどうかは確かめようがない。この自由度がブラインド同定問題の本質的な困難であった。

次に、 $\hat{\mathbf{A}}_k$  が非正則ならば、受信ベクトル  $\mathbf{A}_k \mathbf{h}_k$  が  $\hat{\mathbf{A}}_k$  の列ベクトルに従属のとき解が存在し、そうでないとき解が存在しないことは上と同様である。要するに、 $\hat{\mathbf{A}}_k$  と  $\mathbf{A}_k$  と  $\mathbf{h}_k$  との組み合わせによって、

解が存在するかどうかが決まる。解(一意でない)が存在すれば、そのときの候補  $\hat{A}_k$  は真の送信シンボルを与える可能性があるので捨てることはできない。やはり、一般に複数個の候補行列が生き残ってしまう。

このようにして、生き残った複数個のブランチを矛盾なく繋げていくことになるが、そうしてできたパス(一般に複数個)が輻輳するかどうか問題でなる。

まず、次のことがいえる。

- (1) 永遠にランダム系列が送信されるとする。偽のパスは真のパスに交わらないで永遠に生存することはできない。真のパスから分岐し合流することは考えられ、この現象が起こるか起こらないかが我々の重大な関心事である。
- (2) 受信信号  $y_k$  の値と8通りの送信パターンが一対一対応しているときは、前記典型的ケース(1)も(2)も起こらない。

- (3) 一対一対応していれば、

送信行列のランク  $\leq$  生き残り候補行列のランク (15)  
が満たされている。

- (4) 一対一対応していれば、

送信行列のランク  $<$  生き残り候補行列のランク (16)  
を満たす生き残り候補はすべて偽である。すなわち、生き残り候補行列の中で最小のランクをもつグループが真を含む。

表1, 2, 3は、

$$h_0 = 0.5, h_1 = 1, h_2 = -0.3$$

$$h_0 = 0.5, h_1 = 1, h_2 = 0.5$$

$$h_0 = 0.5, h_1 = 1, h_2 = 0$$

のときに、6ビットの各送信パターン(極性反転を除き全部で32個)に対して生き残った候補行列のランク別個数を示す。表1と表2は不等式(15)を満たしているが、表3は満たされていない。表1, 2において、大部分の送信行列はランク3であるが、ランクが3以下のときは最小ランクのグループに含まれる候補行列の数は極めて少ない。なお、表2のインパルス応答は一対一対応を満たしていないが、ここで扱う行列が *Toeplitz* なので、ほとんど一対一対応のケースに似てくる。表1, 2, 3に対応するブランチグラフを図6, 7, 8に示す。生き残り候補系列  $(\hat{a}_k, \hat{a}_{k-1}, \hat{a}_{k-2}, \hat{a}_{k-3}, \hat{a}_{k-4}, \hat{a}_{k-5})$  を左側のノード  $(\hat{a}_{k-1}, \hat{a}_{k-2}, \hat{a}_{k-3}, \hat{a}_{k-4}, \hat{a}_{k-5})$  から右側のノード  $(\hat{a}_k, \hat{a}_{k-1}, \hat{a}_{k-2}, \hat{a}_{k-3}, \hat{a}_{k-4})$  を結ぶブランチで表している。縦方向

に並ぶノードは、極性の反転を同じとみなして、(00000), (00001), ... (01111) の16個に対応しており、ブランチ・グラフは左から送信パターンが (000000), (000001), ..., (011111) の順に、32通りの場合に対応している。ブランチ・グラフに関して以下のことがいえる。

**図6, 7, 8のブランチ・グラフの構造は、インパルス応答の特徴が保存されているかぎり、すなわち、**

- (1) 一対一対応が保存されているかぎり、
- (2) スペクトル・ヌルをもつ場合は、ヌルの位置が同じであるかぎり、
- (3) 遅延の自由度(端の一つがゼロ)があるかぎり  
インパルス応答の値によらず不変である。

#### 4.2 トレリス・グラフ

ランダムな送信について、受信信号を4時刻分だけ区切りながらブランチ・グラフを作り、これを繋いでいったものがトレリス・グラフである。一対一対応を満たしているときのトレリス・グラフは図9のようになる。図9から、行き止まりパスを両側から払うと、図10のように一本の真のパスが残る。スペクトル・ヌルをもつ場合(図7のケース)は、生き残りパスが特定の送信パターン(繰り返しパターン)で輻輳する。遅延の自由度がある場合(図8のケース)は、生き残りパスの輻輳はもっと頻繁である。図10の結果から予想されるように、この簡単な例(送信シンボルが2値( $\pm 1$ ),  $L=3, N>3$ , 一対一対応が満たされている)に限れば、トレリス・グラフは唯一のパスを生存させることがはっきりといえる。しかし、一対一対応を仮定しても、一般の場合(多値シンボル,  $N > L > 3$ )において、このことが正確に成り立つかどうかは今のところ不明である。しかし、あえて下記の仮説を提示する。

**【仮説】 長さ L のインパルス応答が、長さ L の送信シンボル系列と受信信号値の間の一対一対応を保証するならば、シンボルの多値数によらず、 $N > L$  としたときのトレリス・グラフは唯一のパスを生存させる。**

#### 5. むすび

ブラインド同定(ブラインド系列推定)の底を流れる理論的構造について解説を試みた。従来の非ブラインド・ビタビ・アルゴリズムを演繹的にブラインド・アルゴリズムに拡張し、さらにダイバーシティを導

入するなどして実用性を向上することが広く行われている。しかし、その演繹されたアルゴリズムについて、雑音がない場合の代数的構造に焦点を当ててみると、ブラインド同定問題の本質が見えてくる。ブラインド同定は、主に移動通信を対象として研究が行われてきた。たぶん通信以外の応用分野も多いと思われるが、その研究の歴史はまだ浅い。この解説全体からわかるように、興味深い未知の理論体系が隠れているように思われる。図6, 7, 8に示したブランチ・グラフは典型的なケースも含めてそれぞれが特徴的な構造をもっていることや、非ゼロのブランチ・メトリックも含めれば定量的な構造が浮かんでくることや、さらには、ブランチ・グラフ間の遷移が限定されていること、などを考慮することによって、典型的なケースを含めたより一般的なブラインド・シンボル系列推定の方法が発見できるかもしれない。

**参考文献**

1. Forney Jr., G.D. "The Viterbi algorithm", Proc. IEEE, 16, pp.268-278 (March 1973)
2. Giridhar, K., Shynk, J.J. and Ilyis, R.A., "A Modified Bayesian Algorithm with Decision Feedback for Blind Adaptive Equalization", Proc. 4<sup>th</sup> IFAC Int. Symp. On Adaptive Systems in Control and Signal Processing, pp.737-741, 1992
3. Seshadri, N., "Joint Data Channel Estimation using Fast Blind Trellis Search Techniques", Proc. GLOBECOM'90, pp.1659-1663, 1990
4. Gustafsson, F. and Wahlberg, B., "On Simulation System and Input Sequence Estimation", Proc. 4<sup>th</sup> IFAC Int. Sump. On Adaptive Systems in Control and Signal Processing, pp.93-98, 1992
5. 府川和彦, 鈴木博 「逐次最小2乗形適応最尤系列推定—最尤推定理論の移動無線への応用」電子情報通信学会誌、B2, Vol.J76-B2, No.4, pp.202-214, 1993
6. Sato, Y., "A Blind Sequence Detection and Its Application to Digital Mobile Communication", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol.13, No.1, pp.49-58, 1995
7. 伊佐浩史, 秦野宏之, 佐藤洋一 「グラフ間距離による陰形式ブラインドビタビアルゴリズムの拡張」, Journal of Signal Processing, Vol.3, No.1, pp.47-57, 1999

送信系列(rank)\rank	1	2	3
000000 (1)	1	2	8
000001 (2)	0	1	3
000010 (3)	0	0	2
000011 (3)	0	0	2
000100 (3)	0	0	1
000101 (3)	0	0	2
000110 (3)	0	0	2
000111 (3)	0	0	3
001000 (3)	0	0	1
001001 (3)	0	0	3
001010 (2)	0	1	3
001011 (3)	0	0	2
001100 (2)	0	2	4
001101 (3)	0	0	2
001110 (3)	0	0	3
001111 (3)	0	0	2
010000 (3)	0	0	2
010001 (3)	0	0	1
010010 (3)	0	0	4
010011 (3)	0	0	2
010100 (2)	0	1	3
010101 (1)	1	2	8
010110 (3)	0	0	2
010111 (3)	0	0	2
011000 (3)	0	0	2
011001 (2)	0	2	4
011010 (3)	0	0	2
011011 (3)	0	0	3
011100 (3)	0	0	3
011101 (3)	0	0	1
011110 (2)	0	0	1
011111 (2)	0	1	3

表1  $h_0 = 0.5, h_1 = 1.0, h_2 = -0.3$

送信系列(rank)\rank	1	2	3
000000 (1)	1	2	8
000001 (2)	0	1	3
000010 (3)	0	0	2
000011 (3)	0	0	6
000100 (3)	0	0	1
000101 (3)	0	0	4
000110 (3)	0	0	5
000111 (3)	0	0	4
001000 (3)	0	0	1
001001 (3)	0	0	5
001010 (2)	0	2	8
001011 (3)	0	0	7
001100 (2)	0	2	12
001101 (3)	0	0	5
001110 (3)	0	0	5
001111 (3)	0	0	6
010000 (3)	0	0	2
010001 (3)	0	0	1
010010 (3)	0	0	9
010011 (3)	0	0	5
010100 (2)	0	2	8
010101 (1)	2	6	24
010110 (3)	0	0	8
010111 (3)	0	0	4
011000 (3)	0	0	5
011001 (2)	0	2	12
011010 (3)	0	0	8
011011 (3)	0	0	5
011100 (3)	0	0	5
011101 (3)	0	0	1
011110 (2)	0	0	4
011111 (2)	0	1	3

表2  $h_0 = 0.5, h_1 = 1.0, h_2 = 0.5$

送信系列(rank)\rank	1	2	3
000000 (1)	1	2	8
000001 (2)	0	1	3
000010 (3)	0	0	6
000011 (3)	0	0	7
000100 (3)	0	0	6
000101 (3)	0	1	3
000110 (3)	0	2	4
000111 (3)	0	0	7
001000 (3)	0	0	6
001001 (3)	0	0	7
001010 (2)	1	2	8
001011 (3)	0	1	4
001100 (2)	0	2	4
001101 (3)	0	0	8
001110 (3)	0	0	6
001111 (3)	0	1	3
010000 (3)	0	1	3
010001 (3)	0	0	6
010010 (3)	0	0	8
010011 (3)	0	2	4
010100 (2)	0	1	4
010101 (1)	1	2	8
010110 (3)	0	0	7
010111 (3)	0	0	6
011000 (3)	0	0	7
011001 (2)	0	2	4
011010 (3)	0	1	3
011011 (3)	0	0	6
011100 (3)	0	0	7
011101 (3)	0	0	6
011110 (2)	0	1	3
011111 (2)	1	2	8

表3  $h_0 = 0.5, h_1 = 1.0, h_2 = 0$



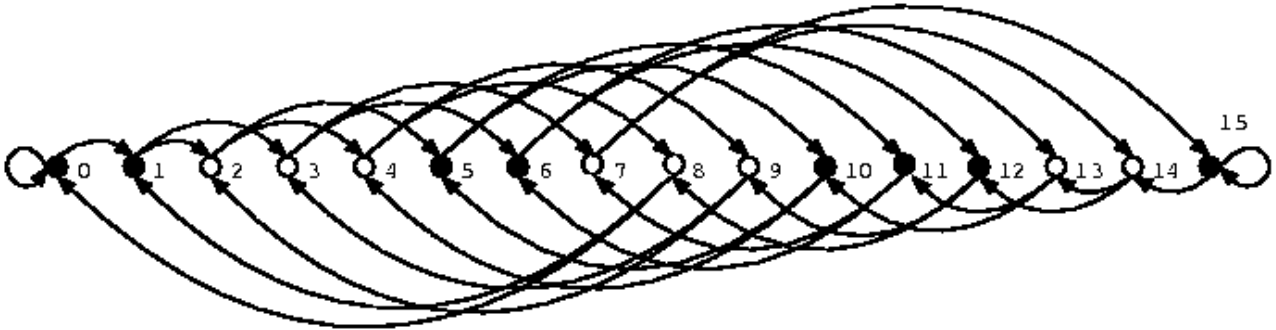


図4 正方候補行列間の遷移

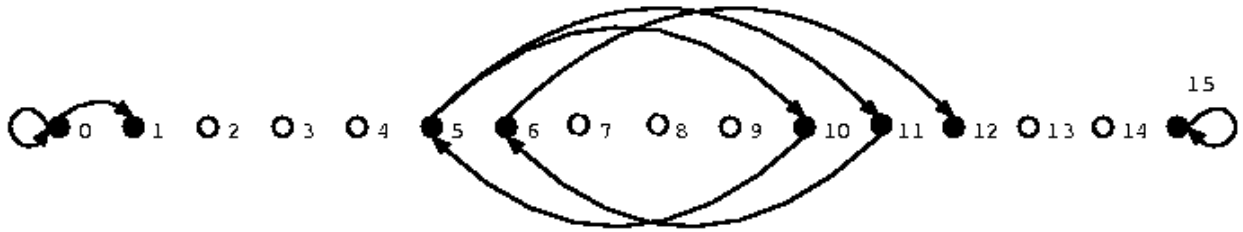


図5 非正則候補間の遷移



図6  $h_0 = 0.5, h_1 = 1.0, h_2 = -0.3$  のブランチグラフ

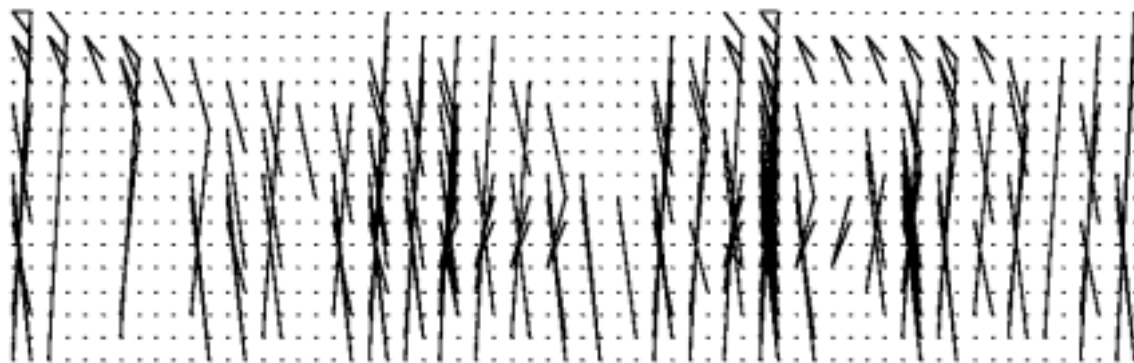


図7  $h_0 = 0.5, h_1 = 1.0, h_2 = 0.5$  のブランチグラフ

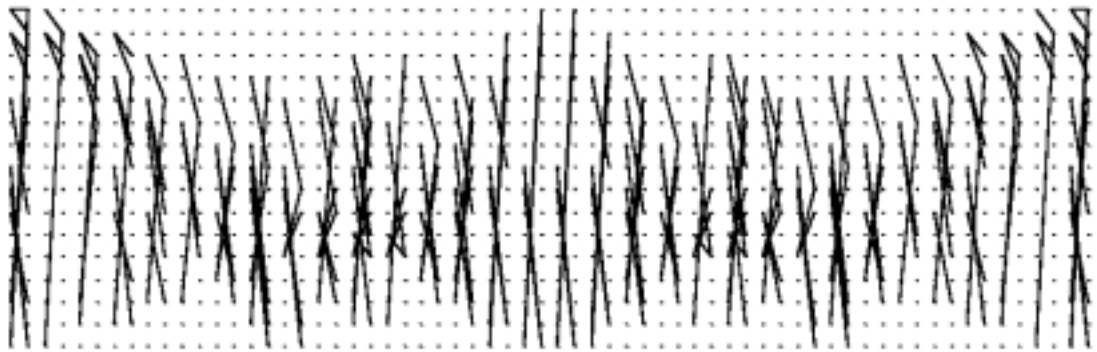


図 8  $h_0 = 0.5, h_1 = 1.0, h_2 = 0$  のブランチグラフ

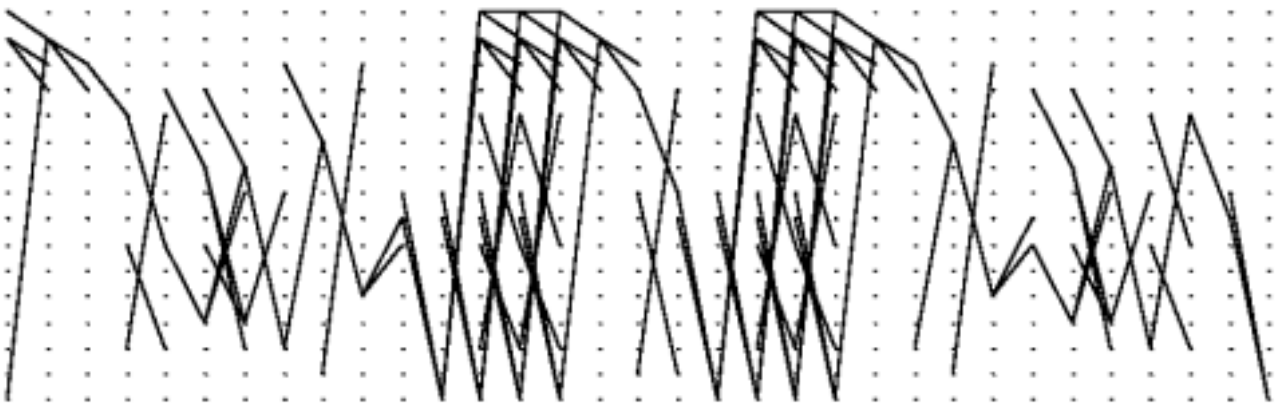


図 9  $h_0 = 0.5, h_1 = 1.0, h_2 = -0.3$  のときのトレリスグラフ

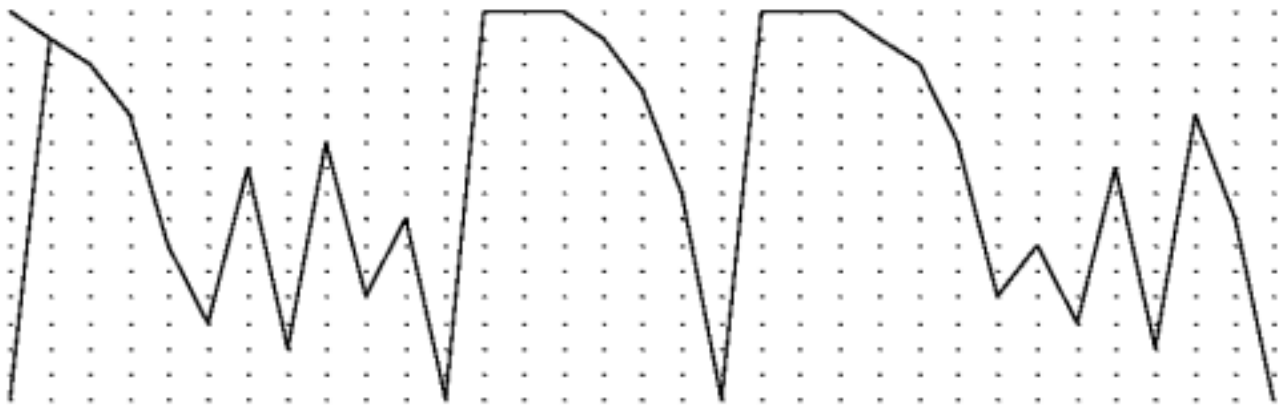


図 10 両側から行き止まりパスを払った結果